**Öğrencinin Adı-Soyadı:**

**Numarası:**

### Soru 1: Aşağıda i=1,2,...,n olmak üzere verilen

Basit Doğrusal Regresyon modeli hataların birbirleriyle ilişkisiz, sıfır ortalama ve bilinmeyen varyans  sahip olduklarını varsayar.

1. ve bulunuz (10p)
2. olduğunu gösteriniz. (10p)

**Soru 2:** İngiltere’de yapılan bir araştırmada 8 ay boyunca gelen turist sayısı ile ziyaretleri sırasında harcadıkları miktarlar (Sterlin) gözlenmiştir. Bu veriye göre;

|  |  |
| --- | --- |
| **Ziyaretçi sayısı(x1000)** | **Harcama(x100000)£** |
| 2450 | 1370 |
| 2480 | 1350 |
| 2540 | 1400 |
| 2420 | 1330 |
| 2350 | 1270 |
| 2290 | 1210 |
| 2400 | 1330 |
| 2460 | 1350 |

1. X ile Y arasındaki korelasyon katsayısı formülü ile hesaplandığına göre, bu iki değişken arasındaki korelasyonu hesaplayınız. (10p)
2. Modelinin veriye uygun olabileceğini nasıl açıklarsınız (5p)
3. Eğim ve kesişim parametrelerini tahmin ediniz ve bu tahmin değerlerini yorumlayınız (10p).
4. Tahmin denklemini yazınız. Varyans analizi tablosunu oluşturarak için regresyon modelinin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını test ediniz. (10p)
5. Bağımlı değişkenin kendi ortalaması etrafındaki değişiminin bağımsız değişken ile açıklanabilen kısmını belirleyiniz. (5p)
6. Eğim ve kesişim parametrelerinin %95’lik güven aralıklarını oluşturunuz. (15p)
7. Gelen turist sayısı 2600 olsaydı ortalama harcanan miktar ne olurdu tahmin ediniz. Bu ortalama değer için %95 lik güven aralığını oluşturunuz. (10p)
8. X açıklayıcı değişkeninin etkisinin anlamlılığını test ederek yorumlayınız. (5p)
9. tahmin değerlerini hesaplayınız. (10p)

**Başarılar**

**Prof. Dr. Vedide Rezan USLU**

**Cevaplar**

**1.(a)** Betalar bilinmeyen parametreler ve X rastgele değişken olmadığı için aynı zamanda hatanın beklenen değeri sıfır varyansı sabit olduğu varsayıldığından; Bağımlı değişkenin beklenen değeri

varyansı

elde edilir.

**1.(b)**  nin ispatı;

Tamamlanmış olur.

**2.(a)** Y=Turistlerin harcamaları, X=gelen turist sayısı olmalıdır. Buna göre

.

**2.(b)** Korelasyon katsayısı iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin şiddetini ve yönünü vermektedir. Bu örnekte de bu katsayı +1 e çok yakın bulunmuştur. Bu iki değişken arasında kuvvetli ve pozitif yönlü doğrusal bir ilişki vardır.

**2.(c)** En küçük kareler tahmin edicileri ile bulunmaktadır. Formülleri uyguladığımızda,

bulunur. Turist sayısında bir birimlik (yani ziyaretçi sayısı 1000 kişi arttığında) artış, harcama miktarında 0,7399 poundluk (£739.9) bir artışa neden olur.

2.(d) Tahmin denklemi (regresyon denklemi) olarak elde edilmiştir. Varyans analizi tablosunu oluşturmak için kareler toplamlarının bulunması gereklidir. Kareler toplamları sırasıyla aşağıda hesaplanmıştır.

Varyans Analizi Tablosu

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Değişim Kaynağı | s.d. | KT | KO | F  Hata varyansının tahmin edicisi =AKO |
| Regresyon | 1 | 23316.0987 | 23316.0987 | 74.75 |
| Artık | 6 | 1871.4013 | 311.4012 |  |
| Genel | 7 | 25187.5 |  |  |

Hipotez

Şeklinde kurulur. Bu hipotezi test etmek için hesaplanan F test istatistiğinin değeri 74.75 dir. Tablodan bulunacak olan kritik değer ise dur. olduğundan sıfır hipotezi ret edilir. Yani Regresyon modeli bu veri için istatistiksel bakımdan anlamlı bir modeldir.

**2.(e)** Bu şıkta determinasyon (açıklama) katsayısı sorulmaktadır. , olarak dönüştürülen bu katsayının yorumu: bağımlı değişken Y’nin içindeki toplam değişimin %92.5 luk kısmı bağımsız değişkendeki değişmelerle açıklanmaktadır.

**2. (f)** Regresyon katsayılarının standart hataları sırasıyla

formülleri ile hesaplanır. ve bulunur. Aralık tahminleri

için %95’lik aralık tahmini

için %95’lik aralık tahmini

Tablodan bulunur. Yerine yerleştirildiğinde

Şeklinde aralık tahminleri bulunmuş olur.

**2. (g)** Gelen turist sayısı 2600 olsaydı ortalama harcanan miktar ne olurdu tahmin ediniz.

Yani =2600 olduğunda Y’nin ortalama tahmin değeri regresyon denkleminde yerine yerleştirilerek bulunur. bulunur. Gelecek ziyaretçi sayısı 2600 olduğunda ortalama harcama miktarı 1457 olarak tahmin edilir.

Bu ortalama değer için %95 lik güven aralığı ile bulunacaktır.

ziyaretçi sayısı 2600 olduğunda ortalama harcama %95 ihtimalle bu aralık içerisinde yer alır.

2. (h) Burada yokluk hipotezinin alternatif hipotezine karşılık testi yapılmalıdır. Bu test için test istatistiği formülü ile bulunur. Buna göre test istatistiğinin değeri

Bulunur.

olduğundan hipotezi ret edilir. Yani X’in katsayısı olan için bulunan tahmin değeri istatistik bakımdan önemlidir. Yani X değişkeni Y’nin değişimini açıklamada önemli bir değişkendir.

**2. (h)** Tüm X ler regresyon denkleminde yerine konur. Böylelikle tüm gözlenen değerlere karşılık gelen tahmin değerleri hesaplanır. Bunlar;

|  |
| --- |
|  |
| 1345,76 |
| 1367,95 |
| 1412,35 |
| 1323,56 |
| 1271,77 |
| 1227,37 |
| 1308,76 |
| 1353,15 |